

Числата на Фибоначи и златното сечение в природата

Мая Гайдарова

Италианският математик Леонардо Писано, известен като Фибоначи, е живял в началото на XIII в. в Пиза. Той популяризира в Европа арабските цифри, но е най-известен с числовата редица, наречена на негово име – редицата, или числата на Фибоначи.

С нея той нагледно описал как биха се размножавали двойка зайци в идеални условия, които не умират и достигайки половна зрелост в края на първия месец, дават ново поколение. След още един месец

те и тяхното поколение от мъжко и женско зайче дават две поколения от мъжко и женско зайче. Броят на двойките зай-

ци се описва с числовия ред
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55.....

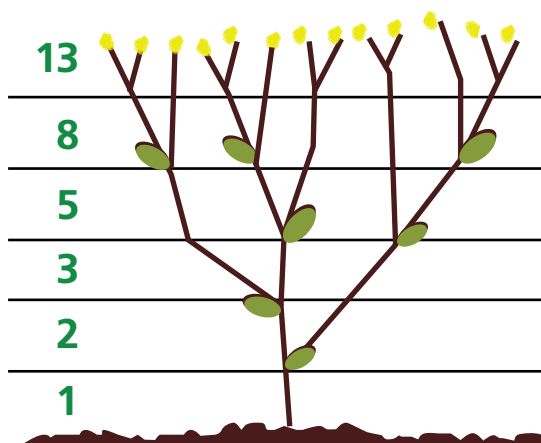
Математически редицата на Фибоначи се получава, като всяко число е сума от предишните две (всъщност първият член от редицата е нула).

Кое е необикновеното в тази редица, която описва идеализираното размножаване на една двойка зайци? Числата от тази забележителна редица в различни интервали от нея описват закономерности в растежа на някои растения и морфологията при някои животни.

Нарастването и отделянето на клони и листа при растенията се изучава от специален дял от ботаниката, който се нарича филомахия. През 1754 г. швейцарският естествоизпитател Шарл Боне (Bonnet), следвайки емпирическият подход при изследване на природата забелязал, че при много растения отношенията между разположенията на листата по стъблото е равно на отношението между две съседни числа на Фибоначи.



Фибоначи написва няколко математически книги, от които най-известна е Книга за смятането. В нея описва редица от числа, за която е възможно да е научил от арабски математици, с които се е срещал при пътуването си в Алжир



Модел на растеж при треви и дървета, подобен на заешкото родословно дърво



Нарастване на заешките двойки в края на всеки месец

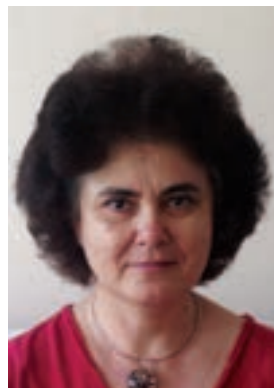
Интересен е фактът, че броят на венчелистчетата при много цветя съвпада с някое от числата в редицата на Фибоначи.

Редицата на Фибоначи има интересна особеност – всяко нейно число, разделено на предходното, има приблизителна стойност 1,618. При нарастване на числата отношението между съседните числа се доближава все по-точно до това забележително ирационално число, познато като „златното сечение“. Казано с езика на математиката, границата на отношението между две съседни числа клони към стойността на златното сечение. Това число е единственото, чиито квадрат се получава, като към него се прибави единица.

Пропорциите на златното сечение откриваме в природата и човешките творения. Познанието за него се появява още през VI в. пр.Хр. по времето на Питагор, който е търсил хармонията и единството на природните закони с помощта на математиката и числата. За пръв път в „Елементи“-те на Евклид числото се дефинира като отношение между отсечки. Предполага се, че Леонардо да Винчи нарича стойността на това число „златно сечение“. Отношенията, определени от „златното сечение“, се използват в живописата и архитектурата, срещат се и при изработването на дизайна на музикални инструменти, в групирането

на октавите, а често го откриваме и в природните закономерности.

Ако построим правоъгълник с отношение между страните 1,618, ще получим „златния правоъгълник“. Всеки такъв правоъгъл-



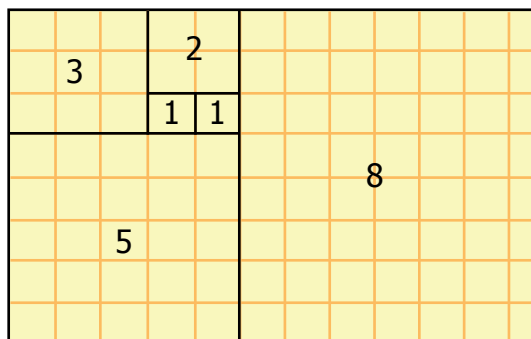
Доц. г-р Мая Гайдарова е завършила Физическия факултет на Софийския университет „Св. Климент Охридски“. Ръководител е на катедра „Методика на обучението по физика“ във Физическия факултет. Интересите ѝ са свързани с проблемите на обучението по природни науки, методология и философия на познанието, образователни стандарти и оценяване в средното училище.



При кокичето венчелистчетата са три, при теменужката – 5, при лайката – 21, а при невена – 34

ник може да се да раздели на квадрат и по-малък „златен правоъгълник“, който от своя страна може да се раздели на квадрат и още по-малък „златен правоъгълник“, и така до безкрайност можем да получаваме квадрати...

Ако свържем ъглите на квадратите, които се допират, с дъги, които са четвърт окръжност, ще получим спирала, която се нарича златна.

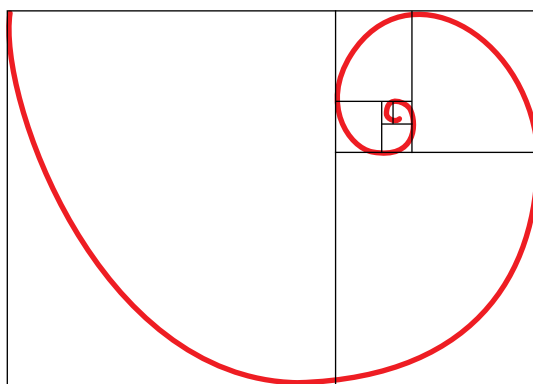


Отношенията между страните на така получените квадрати са отношения между числа от редицата на Фибоначи

Златната спирала е безкрайна, тя няма граници и не променя формата си – всяка права през центъра пресича спиралата под един и същи ъгъл.

През XVII в. Якоб Бернули (Bernoulli) изследва свойствата на златната спирала и я нарича „чудна спирала“ – („spira mirabilis“). Той е толкова поразен и пленен от свойствата ѝ, че пожелал тя да бъде изсечена на надгробната му плоча, придружена от надпис – „Променена, възкръсвам предишната“ („Eatam mutata, resurgo“).

Често откриваме тази спирала в природата около нас. Живите същества обик-



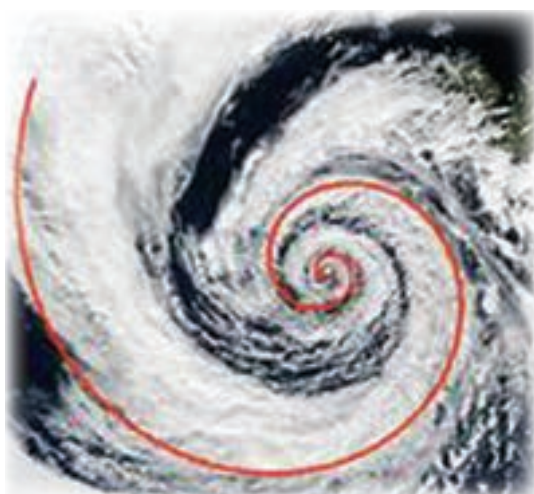
Златната спирала е логаритмична спирала, която е инвариантна при различни геометрични трансформации. Тя се описва от движението на точка по въртяща се през центъра права, чиято скорост нараства пропорционално на разстоянието ѝ до центъра



Черупката на Nautilus



Спиралната галактика M51, NGC 5194



Зона на ниско атмосферно налягане в Северното полукукло, пораждаща движение на вятъра по спирала



При малките слънчогледови пити числата са 34 и 55, но могат да бъдат и други. По този начин се осигурява максимално слънчево греење за всички семена в слънчогледовата пита

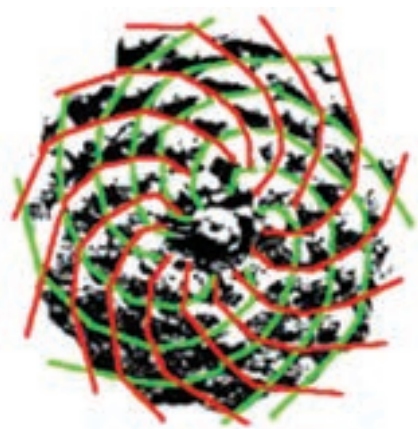
новено растат във всички направления, запазвайки първоначалната си форма. Но раковините на морските животни нарастват само в едно направление – най-често по логаритмична спирала. По този начин нарастването заема максимален обем при запазена постоянна форма. Може да се каже, че тази спирала осигурява най-добро съотношение между нарастването и формата.

Гюте смятал, че тази спирала е символ на растежа и духовното развитие на човека. Такава спирална форма имат и паяжините,

рогата на някои животни, дори и ръкавите на спиралните галактики (както и нашата галактика Млечният път) и движението на вятъра при разразяване на ураган.

При подреждането на семената върху питата на слънчогледа се наблюдават две множества от спирали – по посока на часовниковата стрелка и обратно на часовниковата стрелка. Броят на спиралите е различен и се определя от две поредни числа от редицата на Фибоначи.

Логаритмичната спирала се използва често за направата на устойчиви конструкции



Подобни спирали имат шишарките, карфиолът, напратовите растения и др.

В техниката, като ножове за стругове и профили на зъбни предавки. Силата, с която ножът действа на материала за рязане, зависи от ъгъла на рязане (ъгъла между острието на ножа и направлението на скоростта на въртене). За да не се променя силата, е необходимо да не се променя ъгълът на рязане, което може да стане, ако острието има форма на златната логаритмична спирала. По логаритмична спирала се подава и водният поток върху лопатките на турбините във ВЕЦ, което осигурява минимални енергетични загуби.

Единството и многообразието в природата понякога откриваме в прости безкрайни числови редици и съотношения, които потвърждават простотата, гениалността в решенията и симетрията в организацията и съществуването на живота във всичките му прояви. Природата е много по-многолика и богата от всички ограничени модели, с които се стремим да я обхванем и опишем. Но съзнавайки това, не може да не се любуваме на спиралите от точки по опашката на пауна, чиито брой отново съвпада с някое от числата на Фибоначи... ■



Забелязвате ли спиралите по опашката на пауна?



Птица, по-голяма от делтаплан

През втората половина на 2014 г. научните и популярните списания и вестници в света бързо разпространиха новината за намирането на останки от най-голямата летяща птица, обитавала някога нашата планета. С основание нейното видово име е наречено на откривателя ѝ, американския зоолог и куратор на музея в гр. Чарлстън (щата Южна Каролина) г-р Алберт Сандърс (Albert Sanders). Останките са намерени по време на строителни работи за разширяване на летището в Чарлстън. По-подробното изучаване на тази уникална находка показало, че птицата е от изчезналия вече род *Pelagornis* от разреда на древните Зъбати птици (Odontopterygiformes), живели на нашата планета преди около 25 милиона години. Наречени са така поради филогенетичната им близост с техните прародители влечугите. Смята се, че зъбатите птици са предшественици на съвременните пеликани и щъркели, летели са над морските ширини и са били отлични ловци на риби, сепии, калмари, ракообразни и други морски животни.

Реконструкцията и компютърните симулации, направени въз основа на намерените фосилни останки показват, че *Pelagornis sandersi* е имал

внушителни размери. Той е наподобявал съвременните албатроси, но размахът на крилата му е бил многократно по-голям и е достигал до 7,4 м ширина. Теглото на птиците също било внушително. Предполага се, че те са били с маса между 40 и 80 kg, което поставя въпроса как са излитали тези гиганти от сушата? Авторът на научното описание на пелагорнис сандерси г-р Дан Ксенка (Dan Ksepka) предполага, че те са излитали от терени с голям наклон над морето и по-голямата част от живота си са летели и са се реели над морските ширини в търсене на храната си. А храната им вероятно е била главно от планктонни мекотели (сепии, калмари), змиорки или едри риби, плуващи близо до морската повърхност. Макар и оскъдни засега, останките от намерените кости на пелагорнис показват, че те са били кухи, тънки като хартия и това е улеснявало летенето на древните гиганти. Те са обитавали нашата планета и са летели над морските ѝ ширини повече от 20 милиона години, но изчезват по неизвестни причини преди около 3 милиона години (през плиоцена).

По „*Proceedings of the Nat. Academy of Science*“ (USA)