



Някои от най-знаменитите научни приноси на Стивън Хокинг

Стойчо Язджиев

На 14 март 2018 г. ни напусна един от най-ярките световни учени – Стивън Хокинг (*Stephen William Hawking*). Научното творчество на Хокинг даде мощен тласък в развитието на общата теория на относителността и квантовата теория на полето в изкривено пространство-време. Хокинг ни остави в наследство първокласни научни резултати, които ще останат в златния фонд на науката.

Кой е Стивън Хокинг?
В научно-популярните статии, които могат да се намерят в интернет, в повечето случаи Хокинг се представя като астрофизик или космолог, а в една малка част от публикациите – като физик-теоретик.

Истината е, че Хокинг е най-вече математически физик, като научните му резултати са пряко свързани с астрофизиката и космологията. Ако трябва да се изразя по-образно, бих казал, че научните статии на Хокинг са пълни с математика така, както кобрите с отрова. Лесно може да се убедите в това като разлистите неговата статия или монографията „Егромащабна структура на пространство-времето“. Именно поради тази причина, популярното представяне на научните приноси на Хокинг, в целия им блясък, е много трудно. Независимо от това, ще се опитам да представя някои от най-

важните и най-известни приноси на Хокинг.

В творчеството на Хокинг формално се различават няколко периода, които взаимно се застъпват. Тук ще се спрем на златния период в неговото творчество, който е при-

близително от 1966 г. до 1975 г. Посветен е главно на теоремите на сингулярности в космологията и астрофизиката, както и на теорията на черните дупки. В дисертацията си, защитена през 1966 г., вдъхновен от теоремата на английския математик Роджър Пенроуз (*Roger Penrose*) за сингулярност в центъра на черните дупки, Хокинг прилага тези идеи за цялата Вселена, като формулира и доказва първите строги теореми за сингулярности в космологията. По-късно, сам и в сътрудничество с други учени, Хокинг разширява и задълбочава теоремите за сингулярности в астрофизиката и космо-

логията. В началото на седемдесетте години на миналия век Хокинг започва активно да работи върху теорията на черните дупки. Доказва теорема за площта на черните дупки, а именно, че при класически процеси площта на една черна дупка не намалява във времето. Заедно с Брандън Картър (Brandon Carter) и Джеймс Бардън (James Bardeen) формулира 4-те основни закона на механиката на черните дупки като едновременно с това обръща внимание на изключителната аналогия със законите на термодинамиката. През 1973 г. Хокинг започва изследвания в квантовата теория в изкривено пространство-време, а през 1974 г. се появява знаменитата му работа, в която показва, че черните дупки излъчват квантово частици.

Теорема за сингулярности

Преди да формулираме един представителен пример на теореми за сингулярности, доказани от Хокинг, нека да припомним на елементарен език някои от основните идеи на общата теория на относителността. Съгласно тази теория пространството и времето не съществуват като отделни категории, а образуват един общ 4-мерен континуум, наречен пространство-време. На по-строг научен език бихме казали, че всички събития във Вселената образуват 4-мерно многообразие M , снабдено с лоренцова метрика $g_{\mu\nu}$. В този 4-мерен континуум различните наблюдатели усещат и виждат различно време и различно пространство в зависимост от тяхното движение и наличието на материя. Самото гравитационно поле се отъждествява с геометрията на пространство-времето. Колкото по-силно е изкривено пространство-времето, толкова по-силно е гравитационното поле. Изкривяването на пространство-времето се изразява:

- в забавяне на хода на времето около масивни тела в сравнение с хода на времето, измерено далеч от тялото.

- в изкривеното пространство-време, където стандартната евклидова геометрия,



Проф. дфзн Стойчо Язджиев е възпитаник на Физическия Факултет на СУ „св. Климент Охридски“, където в момента преподава теоретична и математически физика. Специализирал е в Гьотинген и Тюбинген. Два пъти е носител на наградата „Питагор“ – за млад и за утвърден учен в областта на природните науки и математиката. Носител е също и на голямата награда за наука на СУ. Изследователската му дейност е върху физиката на пространство-времето, общата теория на относителността, уравненията на Айнщайн и техните модификации. Едно от основните му достижения е теоремата за класификация на възможните топологии на черните дупки в пространство-време с допълнителни измерения, която е сложно обобщение на теоремата на Хокинг за топологията на черните дупки в 4 измерения.

която сме изучавали в училище, престава да важи и се заменя с нова геометрия, която е динамична и се контролира от характеристиките и динамиката на материята, пораждаща гравитационното поле.

Докато в евклидовата геометрия сумата от ъглите на всеки триъгълник винаги е 180 градуса, в изкривено пространство-време тази сума може да е както по-голяма, така и по-малка от 180 градуса. От чисто наблюдателна гледна точка, изкривеното пространство-време се изразява и в това, че светлинните лъчи във вакуум не се движат по прави линии, а по криви, които могат да бъдат доста сложни, ако гравитационното поле е достатъчно силно. Най-известните обекти с много силно гравитационно поле са



Стивън Хокинг през 1990
Снимка NASA

черните дупки. Колкото повече се доближавате до черната дупка, толкова кривината на пространство-времето нараства. Върху повърхността на черната дупка пространство-времето е толкова силно изкривено, че времето спира да тече и повърхността на черната дупка затваря област, от която нищо, дори светлината, не може да излезе. Поради тази причина повърхността на черната дупка се нарича и хоризонт на събитията. Навътре в черната дупка кривината продължава да расте, като в центъра на черната дупка става, грубо казано, безкрайно голяма. Такива точки или области, където кривината на пространство-времето в безкрайно голяма, се наричат пространствено-времеви сингулярности.

Една от най-известните пространствено-времеви сингулярности е позната от космологията - „Големият взрив“ или раждането на Вселената. Теорията на големия взрив днес е наблюдателно доказана, но през 60-те години на миналия век това съвсем не е било така. Идеята за големия

взрив е базирана на космологичния модел на Фридман, но както е добре известно, този модел изисква пространство-времето в космологични мащаби да бъде хомогенно и изотропно. В съвременната епоха на еволюция на Вселената това е изпълнено, но няма никаква гаранция, че Вселената е била хомогенна и изотропна в далечното минало. За да се узакони теорията за „големия взрив“ е необходимо неговото съществуване, т.е. съществуването на начална сингулярност да се докаже само на базата на първи принципи при минимални предположения.

Първата теорема за сингулярности, доказана от Хокинг, е свързана именно със споменатата начална космологична сингулярност. Първо ще формулираме теоремата на строг научен език (в съвременна редакция), а след това ще обясним с прости думи какъв е физическият смисъл на теоремата и нейната важност за космологията.

Теорема Нека ($M, g_{\mu\nu}$) е глобално хиперболично пространство-време и материята удовлетворява силното енергетично условие. Да предположим, че съществува гладка повърхнина на Коши Σ , като следата на нейната външна кривина за насочена в миналото нормално геодезична конгруенция удовлетворява навсякъде $K \leq C < 0$, където C е константа. Тогава всички, насочени в миналото времеподобни геодезични, са непълни и нещо повече, нито една, насочена в миналото времеподобна геодезична от Σ , не може да има дължина повече от $\frac{3}{|C|}$.

На физически език глобалната хиперболичност означава, че структурата и свойствата на пространство-времето са такива, че ако знаем началните данни за някое физическо поле в даден момент можем да възстановим неговата динамика назад във времето, както и да предскажем неговата еволюция напред във времето. На математически език това означава, че задачата на Коши за физичните полета е добре поставена. В допълнение, глобалната хиперболичност позволява да се въведе глобално космологично време за цялата Вселена. Из-

искването материята да удовлетворява силното енергетично условие е напълно естествено от физическа гледна точка и означава, че за всеки наблюдател плътността на енергията на материята е положителна и че винаги е по-голяма от ефективното налягане на материята. Нормалната материя във Вселената (т.е. изключваме евентуално тъмната енергия, която не играе роля в ранната Вселена) удовлетворява силното енергетично условие. Съществуването на *повърхнина на Коши Σ* , като следата на нейната външна кривина за насочена в миналото нормално геодезична конгруенция удовлетворява навсякъде $K \leq C < 0$, на физически език означава, да съществува малък интервал от космологичното време, когато Вселената се е разширявала или се разширява с относително обемно разширение за единица време C . Насочените в миналото непълни времеподобни геодезични криви са строгата математическа дефиниция на пространствено-времева сингулярност в миналото на Вселената.

Вече сме готови да разкодираме на прост и ясен физически език съдържанието на математическата теорема. Теоремата утвърждава, че ако в нашата епоха, дори за много кратък интервал, наблюденията показват, че Вселената се разширява, то задължително в миналото е имало голям взрив (пространствено-времева сингулярност). Нещо повече, теоремата дава и оценка на това кога точно се е случил големият взрив, а именно космическото време, изтекло от раждането на Вселената до

наши дни е $T \approx \frac{3}{|C|}$. Физическият смисъл на

константата C е, че тя е една трета от параметъра на Хъбъл, измерен чрез астрономически наблюдения в наши дни.

Важността и силата на теоремата се състои в това, че на базата само на първи принцип и минимални естествени физически изисквания, гарантира съществуване на голям взрив. По този начин теоремата узаконява теорията на големия взрив.



Президентът на САЩ Барак Обама бе приет от Стивън Хокинг през 2009-а година.
Снимка Пресслужба на Белия дом

Теорема за площта на хоризонта на черните

Един от фундаменталните резултати в теорията на черните дупки, доказан от Хокинг, е теоремата за площта на хоризонта на черната дупка. Строгата математическа формулировка на теоремата е следната.

Теорема Нека $(M, g_{\mu\nu})$ *регулярно предсказуемо пространство-време и тензорът на енергията-импулс на материята удовлетворява условието $T_{\mu\nu} K^\mu K^\nu \geq 0$ за всеки изотропен вектор K . Нека $B(\tau)$ е черна дупка върху хипер-повърхнината $\Sigma(\tau)$ и нека $B_i(\tau')(i=1, 2, 3, \dots, N)$ са черни дупки върху по-ранна хипер-повърхнина $\Sigma(\tau')(\tau' < \tau)$ такива, че $J^+ + (B_i(\tau') \cap B_i(\tau)) \neq \emptyset$. Тогава площта $A(\tau)$ на хоризонта $gB(\tau)$ е по-голяма или равна на сумата от площите $A_i(\tau')$ на хоризонтите $gB_i(\tau')$, като равенството може да се достигне само за $N=1$.*



Стивън Хокинг в условия на безтегловност на самолета на компанията Zero Gravity

Да коментираме накратко условията на теоремата. Регулярно предсказуемо пространство-време означава пространство-време, което не съдържа голи пространствено-времеви сингулярности – с други думи изисква се сингулярностите да се скрият зад хоризонт на събитията, т.е. да се намират вътре в черни дупки. Условието $T_{\mu\nu} K^\mu K^\nu \geq 0$, наречено изотропно енергетично условие, всъщност изисква материята да притежава нормални, а не екзотични свойства, и по-точно, плътността на енергията плюс нейното ефективно налягане да е неотрицателна величина.

Теоремата на Хокинг прочетена на физически език гласи: *При всякакви класически процеси (т.е. изключваме квантови ефекти) сумата от площите на хоризонтите на черните дупки не намалява с времето.* Теоремата е в сила както за система от черни дупки, така и за една отделна черна дупка.

Квантовите ефекти се изключват, защото биха могли да нарушат изотропното енергетично условие. Както ще видим по-долу, теоремата има естествено обобщение, което включва и квантовите ефекти. Поведението на площта на черните дупки много напомня за поведението на ентропията на термодинамични системи, което, още в зората на теорията на черните дупки, е довело до „безумната“ хипотеза, че към черните дупки може да се аташира ентропия. Както ще видим по-нататък, това е наистина така.

Теорема за топологията на хоризонта на черните дупки

Следващият известен и блестящ резултат на Хокинг е свързан с топологията на хоризонта на черните дупки (в 4-мерно пространство-време). Преди да формулира-

ме теоремата, да обясним с прости думи за какво става въпрос. Тъй като е намесена топологията, да кажем съвсем грубо каква е разликата между геометрия и топология. Ако вземем познатата ни 2-мерна сфера и я погложим на деформации и разтягания на пример, но без да я разкъсваме, ние ще променим геометрията на сферата (разстоянията между точките, ъглите между линии и др.), но няма да променим топологията на сферата. С други думи топологията не се променя при непрекъснати деформации на обекта. Същото се отнася и за черните дупки. Материята, която е в околност на черната дупка, деформира по сложен начин геометрията на черната дупка чрез гравитационното взаимодействие (и другите взаимодействия в общия случай), но не променя топологията на черната дупка. Следователно топологията на черните дупки е нещо инвариантно, което не зависи в много голяма степен от свойствата и състоянието на материята. Следователно, познаването на топологията на хоризонта е от фундаментално значение за теорията на черните дупки. Този проблем се решава в голяма степен от следната теорема на Хокинг.

Теорема. Нека $(M, g_{\mu\nu})$ стационарно регулярно предсказуемо пространство-време и тензорът на енергията-импулса на материята удовлетворява условието за доминантност на енергията. Тогава всяка свързана компонента на сечението на хоризонта на събитията H с повърхнина на Коши Σ , т.е. всяка свързана компонента на gV , е хомеоморфна на двумерната сфера.

Понятието регулярно предсказуемо пространство-време беше обяснено по-горе. Условието за доминантност на енергия изисква положителна плътност на енергията на материята, както и плътността на енергията да е по-голяма от ефективно налягане на материята (в геометрични единици). При тези допускания, теоремата твърди, че дори в пространство-времето да присъстват много черни дупки, хоризонтът на всяка една от тях има топология на двумерната сфера.

Първи принцип на механиката на черните дупки

В сътрудничество с Баргийн и Картър, Хокинг извежда прочутата формула, свързваща изменението на глобалните физически заряди на черните дупки при квазистационарен преход от едно стационарно в друго стационарно състояние на черните дупки. Тази формула е известна като първи принцип на механиката на черните дупки. Използвайки уравненията на Айнщайн, Хокинг показва, че изменението на масата δM на черните дупки е свързано с изменението на тяхната площ на хоризонта δA , техния ъг-



Стивън Хокинг по време на пресконференция в Националната библиотека на Франция.
Снимка French Wikipedia



Стивън Хокинг представен от дъщеря си Люси Хокинг при лекцията му по повод 50-годишнината на NASA

лов момент δJ и техния електричен заряд δQ , посредством следния закон

$$\delta M = k \delta A + \Omega_H \delta J + \Phi_H \delta Q,$$

където k е повърхностната гравитация на черната дупка, Ω_H е ъгловата скорост на въртене на черната дупка и Φ_H е електричният потенциал на черната дупка. Повърхностната гравитация k е силата, която трябва да приложи наблюдател, намиращ се далече от черната дупка, за да държи неподвижно върху хоризонта частица с единица маса, при условие че има твърда връзка с частицата. За сравнение, повърхностната гравитация на нашата планета е точно земното ускорение. Първият принцип на механиката на черните дупки поразително прилича на добре познатия първи принцип на термодинамиката. Спомняйки си също,

че площта на хоризонта е аналогична на ентропията, възниква еретичната мисъл да асоциираме температура и ентропия към черните дупки. От първия принцип следва, че ентропията би била пропорционална на площта на черната дупка, докато температурата би била пропорционална на повърхностната гравитация. Въпреки че тази аналогия изглежда прекалено еретична, откритието на Хокинг, че черните дупки могат да излъчват квантово частици напълно узаконява тази аналогия и я превръща в реална физика.

Квантово излъчване на черни дупки – излъчване на Хокинг

Може би най-знаменитото откритие на Хокинг е квантовото излъчване на черните

гунки. В края на 60-те години на миналия век започват сериозни изследвания в областта на квантовата теория на полето в изкривено пространство-време. Бързо се разбира, че за разлика от плоското пространство-време, изкривеното пространство-време (т.е. наличието на гравитационно поле) драстично променя квантовата теория. Става безпощадно ясно, в съзвучие с духа на общата теория на относителността, че изкривено пространство-време няма единен вакуум за всички наблюдатели, а всеки отделен наблюдател има свой собствен вакуум. С други думи, частиците в изкривено пространство-време нямат абсолютен характер – за един наблюдател частиците реално съществуват, докато за друг те са част от неговото вакуумно състояние, т.е. те не съществуват. Използвайки факта, че вакуумното състояние не е единствено, Хокинг показва, че черните гунки трябва квантово да излъчват частици. По-специално, той показва, че средният брой частици с честота ω (т.е. с енергия $\hbar\omega$, където $\hbar$ е константата на Планк, ако работим във физически единици), които се излъчват от (невъртяща се) черна гунка се дава от формулата

$$N_{\omega} = \frac{1}{\left(\frac{2\pi\omega}{e^{k-1}} \right)},$$

където k е повърхностната гравитация на черната гунка. Това обаче е точно формулата за излъчване на абсолютно черно тяло с

температура $T = \frac{k}{2\pi}$. Черната гунка излъч-

ва частици така, както абсолютно черно тяло излъчва фотони. Следователно, както подсказва първият принцип на механиката на черни гунки, черните гунки са наистина термодинамични системи с температура, свързана с тяхната повърхностна гравитация. След като вече имаме точна формула за връзката между повърхностната грави-

тация на черната гунка и нейната температура, от първия принцип на механиката на черните гунки следва и точна формула за ентропията S_{BH} на черните гунки – получаваме знаменитата формула на Хокинг

$$S_{BH} = \frac{1}{4} A,$$

т.е. ентропията на черните гунки е една четвърт от площта на хоризонта (в геометрични единици). Откритието на Хокинг е шокиращо – черните гунки, които по своята дефиниция са чисто пространствено-времеви структури, проявяват и термодинамични свойства. Това разбулва дълбока и неочаквана връзка между пространство-времето, термодинамиката и квантовата теория. Тази връзка все още не е напълно разбрана и е една от основните задачи на съвременната теоретична и математическа физика.

Накрая, нека да споменем, че теоремата на Хокинг за площта на хоризонта може да се обобщи за всякакви процеси, включително и квантови, като се въведе обобщената ентропия $S = S_{BH} + S_{matter}$, т.е. сумата от ентропията на черните гунки и материята извън тях. Тази обобщена формулировка е следната. *При всякакви физически процеси, включващи черни гунки, обобщената ентропия не намалява, $\delta S \geq 0$.*

В тази научно-популярна статия се опитам съвсем накратко да представя само някои от най-важните и най-знаменитите резултати на Стивън Хокинг. Надявам се, че поне до някъде съм успял с тази трудна задача. Завършвайки, бих искал да кажа, че без всякакво съмнение, резултатите на Хокинг ще продължат още дълго време да формират развитието на общата теория на относителността и квантовата теория в изкривено пространство-време, и още дълго време ще бъдат източник на вдъхновение. ■